

Calcolo e rappresentazione delle tensioni

Per meglio esemplificare le possibilità di calcolo offerte da uno script GDL, si è pensato di rappresentare una trave a sezione variabile, soggetta a un carico uniformemente distribuito. La descrizione geometrica avviene nel **testo GDL 3D** e non essendo la parte significativa di questo capitolo viene qui omessa, ci limitiamo a indicare le variabili che definiscono la geometria.

















| Variabile | Tipo | Nome | Valore |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-------------------|
| A |  | Dimensione X | 5,0000 |
| B |  | Dimensione Y | 1,0000 |
| Titolo  | | | |
| Trave | | | |
| mat1 |  | Materiale trave | 13 |
| F |  | Altezza trave su app. | 0,4000 |
| zzyzx |  | Freccia semiarco | 0,5000 |
| W |  | Larghezza Ali | 0,3000 |
| D |  | Spessore anima | 0,0300 |
| g |  | Spessore Ala | 0,0300 |
| Titolo  | | | |
| Calcolo | | | |
| calc |  | Calcolo | attiva |
| tipo_strutt | Abc | Tipo Struttura | Incastro Carrello |
| p |  | Carico lin. KG/M | 400,0000 |
| li |  | N° parti per disc. integrale | 1000 |
| e |  | N° parti per disc. grafico | 10 |
| testscal |  | Scala testo diagrammi | 1,0000 |
| Retino |  | Retino Diagramma | 5 |
| Penna |  | Colore penna | 10 |

Figura 1: La finestra parametri che gestiscono la geometria della trave

La variabile A rappresenta la luce della trave, mentre B non è utilizzata prevedendo un futuro sviluppo dello script dove dovrebbe assumere il valore dell'interasse delle campate di una serie di travi. Le variabili che seguono sono esplicate dalla loro definizione nel campo Nome.

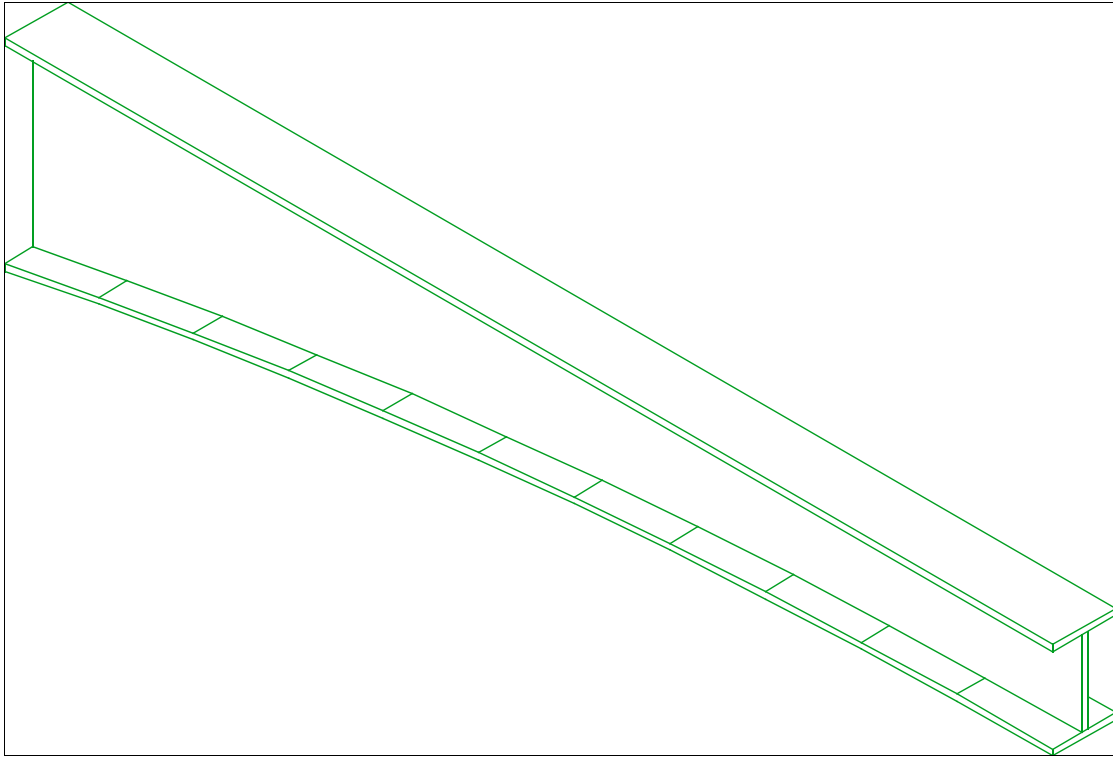
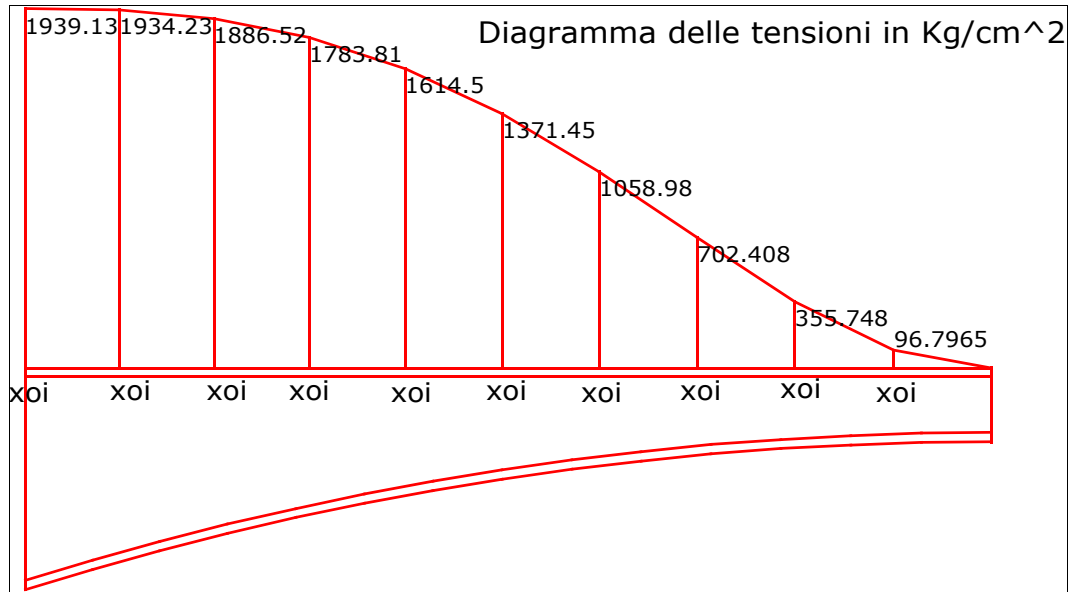


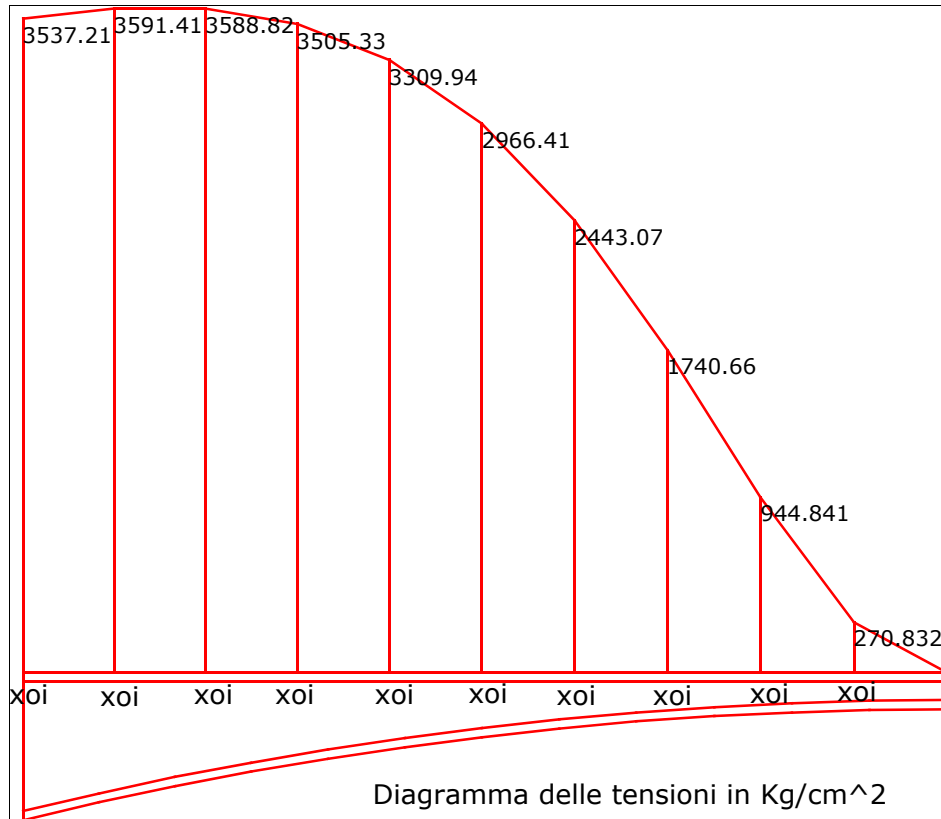
Figura 2: La rappresentazione geometrica 3D della trave

Come si evince dalla figura sopra, il sistema statico più confacente alla trave è quello isostatico di una mensola semplicemente incastrata. In tale evenienza possiamo calcolare le tensioni di massima con la formula di verifica da prontuario in ogni sezione x_0 della trave

$$\sigma_{x_0} = \frac{M_{x_0}}{W_{x_0}} \quad \text{con } q = 400 \text{ Kg/ml e } L = 5 \text{ m}$$



Variando la sezione della trave sia in prossimità dell'incastro, sia al suo estremo libero, e mantenendo inalterati i dati di carico e luce avremo in tempo reale il seguente grafico



Per ottenere i suddetti grafici si è implementato nel **testo GDL 2D** la discretizzazione della lunghezza della trave in i punti definiti dalla coordinata x_o per quanto riguarda il calcolo del M_x e dalla coordinata z_o (non riportata nei grafici) per quanto concerne il calcolo del W_x . Vediamo ora il caso della medesima trave, divenuta una volta iperstatica a causa di un carrello all'estremità della stessa.

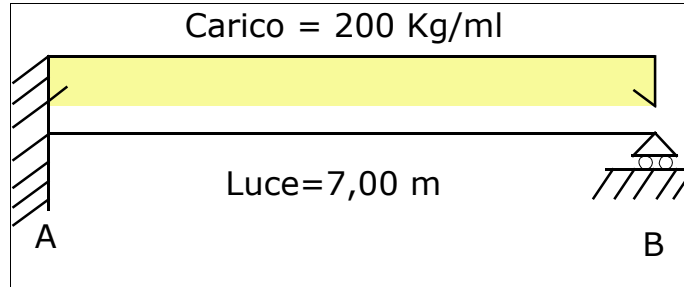


Figura 3: Schematizzazione del nuovo sistema statico

Con J_x costante, da prontuario abbiamo:

$$V_b = \frac{3}{8} ql$$

$$V_a = \frac{5}{8} ql$$

$$M_x = \frac{5}{8} plx - \frac{pl^2}{8} - \frac{px^2}{2}$$

Avendo la nostra trave sezione non costante e quindi J_x variabile invece scriviamo l'equazione del lavoro interno:

$$L_{int} = \frac{1}{E} \cdot \int_0^l M^1 \cdot (M^0 + M^1 X) \cdot \frac{1}{J_x} dx$$

Svolgendo e discretizzando otterremo dopo l'equazione di bilancio:

$$X \simeq - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(M_i \cdot M_i^0)}{J_{x_i}} \cdot (x_{i+1} - x_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{(M_i)^2}{J_{x_i}} \cdot (x_{i+1} - x_i)}$$

Il valore dell'incognita iperstatica X sarà tanto più preciso, quanto sarà l'indice n grande.

Nel **testo GDL 2D** definiremo (dopo le direttive per la rappresentazione bidimensionale della trave e le condizioni per la scelta del tipo di struttura da calcolare), prima le matrici che conterranno gli *i-esimi* valori del calcolo, poi le due serie che serviranno a discretizzare l'integrale e il grafico delle tensioni.

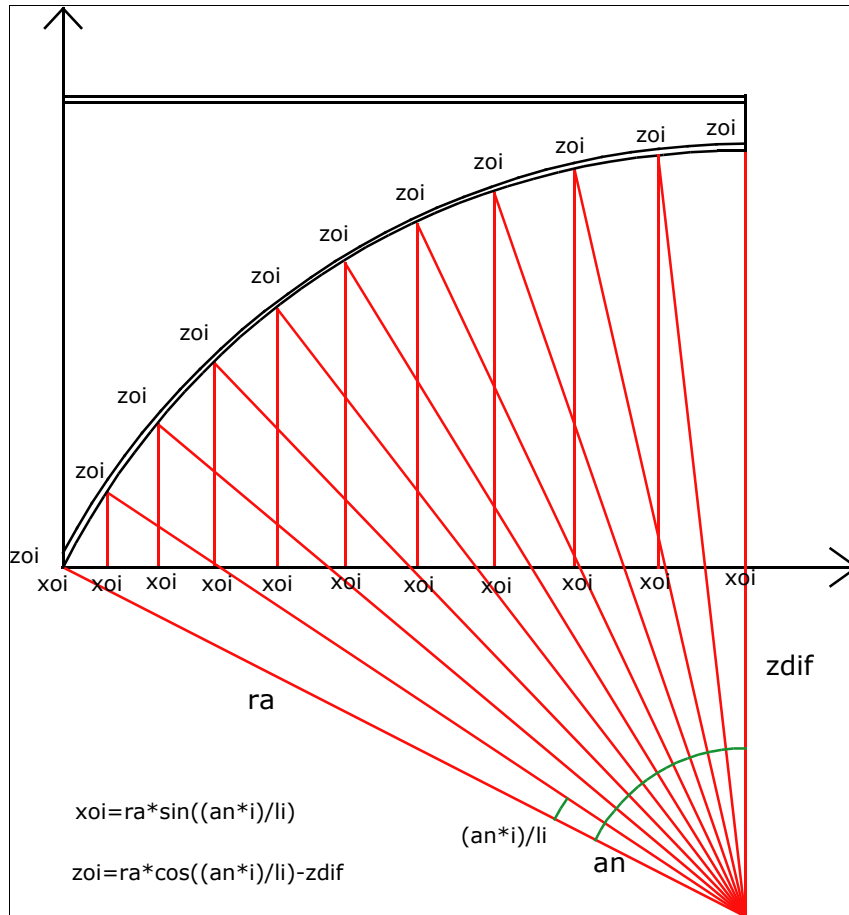
```
omissis
DIM Mo [2000]
DIM Jx [2000]
DIM Wx [2000]
DIM M1 [2000]
DIM MX [2000]
somma1=0
somma2=0
FOR K=1 TO li STEP 1 !Serie per la discretizzazione dell'integrale
  anglx=(an/li)*K
  anglx1=(an/li)*(K+1)
  xo=ra*sin(anglx)
  x1=ra*sin(anglx1)
  Mo[K]= -((p*(xo)^2)/2)
  M1[K]= xo
  anglz=(an/li)*K
  zo= ra*cos(anglz)-zdif
  Jx[K]=(((w*((f+n+(2*g)-zo)^3))-((w-d)*((f+n-zo)^3)))/12)
  somma1=somma1+((M1[K]*Mo[K]/Jx[K])*(x1-xo))
```

```
somma2=somma2+((M1[K]^2/JX[K])*(x1-xo))
NEXT K

reaz=-(somma1/somma2)

FOR I=1 TO e STEP 1 !Serie per la rappresentazione del grafico
anglx2=(an/e)*I
xo2=ra*sin(anglx2)
Mx[i]= (-((p*(xo2)^2)/2)+(reaz*xo2))*10000
anglz2=(an/e)*I
zo2= ra*cos(anglz2)-zdif
Jx[i]=(((w*((f+n+(2*g)-zo2)^3))-((w-d)*((f+n-zo2)^3)))/12)*100000000
Wx[i]=(((w*((f+n+(2*g)-zo2)^3))-((w-d)*((f+n-zo2)^3)))/(6*(f+n+(2*g)-
zo2)))*1000000
NEXT K
```

Nella figura successiva riportiamo lo schema geometrico utilizzato per ottenere gli *i-esimi* valori di x_{oi} e z_{oi} .



Ovviamente per esemplificare il processo di discretizzazione si è dovuto qui estremizzare la geometria evitando così che il centro dell'arco di cerchio "fuggisse" dal foglio.

Per verificare il calcolo si è provveduto a simulare la trave con J_x costante, si è perciò portato il valore della freccia dell'arco prossimo allo 0, e quindi con la trave virtualmente rettilinea ed a sezione costante i risultati della reazione vincolare in B e quelli dell'equazione del momento devono essere circa uguali a quelli ottenuti dalle formule da prontuario. Nella figura sottostante vengono riportati così i due grafici il

Caso 1 come sopra descritto e il Caso 2 calcolato con la discretizzazione della sezione variabile.

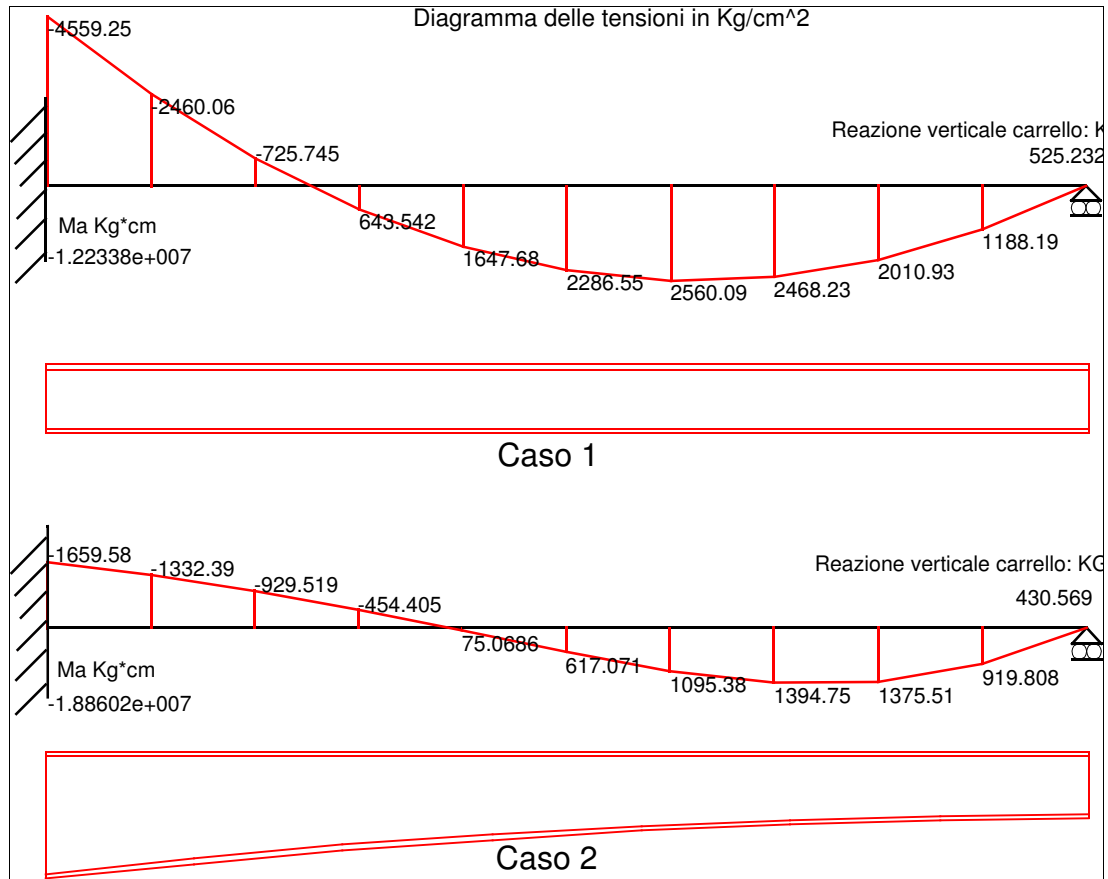


Figura 4: I due casi di calcolo

Ricordando che il carico $q = 200 \text{ Kg/ml}$ e la luce $L = 7 \text{ m}$, nel Caso 1 da prontuario avremo:

$$V_b = \frac{3}{8} ql \quad \text{quindi } V_b = 525 \text{ Kg}$$

$$V_a = \frac{5}{8} ql \quad \text{quindi } V_a = 875 \text{ Kg}$$

$$M_x = \frac{5}{8} plx - \frac{pl^2}{8} - \frac{px^2}{2} \quad \text{quindi } Ma = -1.225e+007$$

Come si può vedere il calcolo ottenuto dalla discretizzazione della trave virtualmente rettilinea (caso 1), restituisce risultati praticamente identici a quelli forniti dalle formule da prontuario.